SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ARITMÉTICA

Tema: OPERACIONES FUNDAMENTALES

Docente: Ramiro Díaz Vásquez

academiacesarvallejo.edu.pe

OBJETIVOS

1 Recordar las operaciones fundamentales.

2 Recordar las propiedades y características de las operaciones fundamentales.

3 Aplicar las propiedades en la resolución de problemas.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

INTRODUCCIÓN

Las operaciones básicas tienen vital importancia y siempre están presentes en nuestra vida diaria, mediante el uso de ellas podemos hacer frente a situaciones que requieren el uso de números, por lo tanto el aprendizaje de esta se convierte en la actividad esencial para la adquisición de conocimientos.

ADICIÓN

Dados dos números naturales, A y B, la suma de A y B se denota como $A+B$ al número natural S, de modo que:

$$A + B = S$$

(A, B: sumandos; S: suma)

Para base 10 tenemos:

$$\begin{array}{r} {}^{2\ 1}\\ 452\ +\\ 358\\ 976\\ 431\\ \hline 2217 \end{array}$$

- Orden 1: $17 = 1(10) + 7$ (1: lleva; 10: base; 7: queda)
- Orden 2: $21 = 2(10) + 1$ (2: lleva; 10: base; 1: queda)
- Orden 3: $22 = 2(10) + 2$ (2: lleva; 10: base; 2: queda)

Para base diferente de 10 tenemos:

- $$\begin{array}{r} {}^{1\ 1}\\ 214_7\ +\\ 356_7\\ 521_7\\ \hline 1424_7 \end{array}$$

- Orden 1: $11 = 1(7) + 4$ (1: lleva; 7: base; 4: queda)
- Orden 2: $9 = 1(7) + 2$ (1: lleva; 7: base; 2: queda)
- Orden 3: $11 = 1(7) + 4$ (1: lleva; 7: base; 4: queda)

Además hay que tener en cuenta lo siguiente;

N° par	+	**N° par**	=	**N° par**
N° impar	+	**N° impar**	=	**N° par**
N° par	+	**N° impar**	=	**N° impar**

Observación

1) Teniendo en cuenta la última cifra de la suma.

- $\overline{\ldots a} + \overline{\ldots b} + \overline{\ldots c} = \overline{\ldots 6}$

  $a+b+c \rightarrow 6$

  $a+b+c \rightarrow 1(10)+6$ (10: base)

  $a+b+c \rightarrow 2(10)+6$ (10: base)

- $\overline{\ldots a_4} + \overline{\ldots b_4} + \overline{\ldots c_4} = \ldots 1_4$

  $a+b+c \rightarrow 1$

  $a+b+c \rightarrow 1(4)\ +\ 1$ (4: base)

  $a+b+c \rightarrow 2(4)\ +\ 1$ (4: base)

- $\overline{\ldots a} + \overline{\ldots b} + \overline{\ldots c} = \overline{\ldots b}$

  $a+c \rightarrow 0$

  $a+c \rightarrow 1(10)$ (10: base)

- $\overline{\ldots a_7} + \overline{\ldots b_7} + \overline{\ldots c_7} = \overline{\ldots a_7}$

  $b+c \rightarrow 0$

  $b+c \rightarrow 1(7)$ (7: base)

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2) De la cantidad necesaria y suficiente que se lleva de un orden a otro.

- $\overset{m}{\ldots a} + \ldots b$ ⇒ $a + b = 18$ *(máximo valor)*

  Entonces, m: 0; 1

- $\overset{n}{\ldots a} + \ldots b + \ldots c$ ⇒ $a + b + c = 27$ *(máximo valor)*

  Entonces, n: 0; 1; 2

- $\overset{y}{\ldots a_6} + \ldots b_6$ ⇒ $a + b = \underbrace{10}_{1(6)\,+\,4}$ *(máximo valor)*

  6 → base

  Entonces, y: 0; 1

SUSTRACCIÓN

Dados dos números naturales, M y S, la diferencia de M y S se representa como $M - S$ a un número natural D, de modo que:

$$\underbrace{M}_{\text{(minuendo)}} - \overbrace{S}^{\text{(sustraendo)}} = \underbrace{D}_{\text{(diferencia)}}$$

Además se cumple lo siguiente:

$M - S = D$ ⇒ $M = D + S$ ⇒ $\underbrace{M + S + D}_{2M}$ **Propiedad**

Ejemplo

$87 - 25 = 62$ ⇒ $87 + 25 + 62 = 2(87)$

87 → minuendo

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

De otras sustracciones.

- $\begin{array}{r} \overset{1\,<>\,10}{7\ \ 3} \ - \\ 2\ \ 9 \\ \hline 4\ \ 4 \end{array}$

  Orden 1 $[\underset{\text{base}}{10} + 3] - 9 = 4$

  Orden 2 $[7 - 1] - 2 = 4$

- $\begin{array}{r} \overset{1\,<>\,9}{5\ \ 1_9} \ - \\ 2\ \ 8_9 \\ \hline 2\ \ 2_9 \end{array}$

  Orden 1 $[\underset{\text{base}}{9} + 1] - 8 = 2$

  Orden 2 $[5 - 1] - 2 = 2$

- $\begin{array}{r} \overset{1\,<>\,13}{6\ \ \ 2_{13}} \ - \\ 1\ \ (10)_{13} \\ \hline 4\ \ \ 5_{13} \end{array}$

  Orden 1 $[\underset{\text{base}}{13} + 2] - (10) = 5$

  Orden 2 $[6 - 1] - 1 = 4$

Observación

Teniendo en cuenta de la última cifra de la diferencia

- $\begin{array}{r} \overline{\ldots a} \ - \\ \overline{\ldots b} \\ \hline \ldots 5 \end{array}$ ⇒

  Si $a > b$ Entonces, $a - b = 5$

  Si $a < b$ Entonces, $\underset{\text{base}}{10} + a - b = 5$

- $\begin{array}{r} \overline{\ldots a}_8 \ - \\ \overline{\ldots b}_8 \\ \hline \ldots 3_8 \end{array}$ ⇒

  Si $a > b$ Entonces, $a - b = 3$

  Si $a < b$ Entonces, $\underset{\text{base}}{8} + a - b = 3$

Ejemplo

- $\begin{array}{r} \ldots 7_8 \ - \\ \ldots 4_8 \\ \hline \ldots 3_8 \end{array}$

- $\begin{array}{r} \overset{1\,<>\,8}{\ldots 1_8} \ - \\ \ldots 6_8 \\ \hline \ldots 3_8 \end{array}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Propiedad

- $\begin{array}{r} 7\ 2\ 1 \\ 1\ 2\ 7 \\ \hline 5\ 9\ 4 \end{array}$ $-$ Suma: 9
- $\begin{array}{r} 4\ 3\ 2 \\ 2\ 3\ 4 \\ \hline 1\ 9\ 8 \end{array}$ $-$ Suma: 9
- $\begin{array}{r} 5\ 1\ 2_7 \\ 2\ 1\ 5_7 \\ \hline 2\ 6\ 4_7 \end{array}$ $-$ Suma: 6
- $\begin{array}{r} 4\ 6\ 1_9 \\ 1\ 6\ 4_9 \\ \hline 2\ 8\ 6_9 \end{array}$ $-$ Suma: 8
- $\begin{array}{r} 8\ \ 1\ \ 3_{12} \\ 3\ \ 1\ \ 8_{12} \\ \hline 4\ (11)\ 7_{12} \end{array}$ $-$ Suma: (11)

$$\begin{array}{r} \overline{a\ b\ c}_n \\ \overline{c\ b\ a}_n \\ \hline \overline{x(n-1)y}_n \end{array} -$$

Además: $a - b > 1$

- $x + y = n - 1$
- $a - c = x + 1$
- b: $1; 2; 3; \ldots; (n-1)$

COMPLEMENTO ARITMÉTICO DE UN NÚMERO

$CA(N)$

Se le denomina así a la cantidad que le falta a un número para ser igual a una unidad del orden inmediato superior, con respecto de su cifra de mayor orden.

Ejemplo

- $CA(3) = 10 - 3 = 7$
- $CA(24) = 100 - 24 = 76$
- $CA(451) = 1000 - 451 = 549$
- $CA(6272) = 10000 - 6272 = 3728$
- $CA(2_6) = 10_6 - 2_6 = 4_6$
- $CA(51_9) = 100_9 - 51_9 = 38_9$
- $CA(314_7) = 1000_7 - 314_7 = 353_7$
- $CA(2131_5) = 10000_5 - 2131_5 = 2314_5$

En general tenemos:

Sea N_a de k cifras.

$$CA(N_a) = \underbrace{100\ldots00_a}_{k\ cifras\ cero} - N_a = a^k - N_a$$

Forma práctica para hallar el complemento aritmético

- $CA(3\,7\,2) = (9-3)(9-7)(10-2) = 628$
- $CA(6\,2\,1\,3000) = \underbrace{(9-6)(9-2)(9-1)(10-3)000}_{3787000}$

  Última cifra significativa (3)
- $CA(9\,9\,8\,7\,200) = \underbrace{(9-9)(9-9)(9-8)(9-7)(10-2)00}_{12800}$

  Última cifra significativa (2)

- $CA(\overline{a\,b\,c}) = 2\,1\,3$

  Suman 10 ($c + 3$); Suman 9 ($b + 1$); Suman 9 ($a + 2$)

  $a = 7;\ b = 8;\ c = 7$
- $CA(\overline{a\,b\,c_7}) = 3\,4\,1_7$

  Suman 7 ($c + 1$); Suman 6 ($b + 4$); Suman 6 ($a + 3$)

  $a = 3;\ b = 2;\ c = 6$
- $CA(\overline{a\,m\,b\,n\,c\,e}) = 2\,7\,0\,0$

  $a = 9$, $m = 9$, $c = 0$, $e = 0$; Suman 10 ($n + 0$... $n + 7$); Suman 9 ($b + 2$)

  $b = 7$

  $n = 3$

Propiedades

1) Si dos números consecutivos tienen la misma cantidad de cifras.

$$CA(N_a) - CA(N_a + 1) = 1$$

Ejemplo

- $\underbrace{CA(234)}_{766} - \underbrace{CA(235)}_{765} = 1$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2) Para dos números consecutivos de diferentes cantidad de cifras que solo pueden ser:

$$N_a = \underbrace{\overline{(a-1)(a-1)\ldots(a-1)}_a}_{k\ cifras} \qquad N_a + 1 = \underbrace{100\ldots0_a}_{k+1\ cifras}$$

$$CA(N_a) = 1 \qquad CA(N_a+1) = \underbrace{\overline{(a-1)00\ldots0}_a}_{k+1\ cifras}$$

$$CA(N_a+1) - CA(N_a) = \overline{(a-2)\underbrace{(a-1)\ldots(a-1)}_{k\ cifras\ máximas}}_a$$

Ejemplo

- $CA(1000) - CA(999) = 8999$
- $CA(100_8) - CA(77_8) = 677_8$
- $CA(1000_6) - CA(555_6) = 4555_6$

3) Si la primera cifra no es máxima.

$$\underbrace{CA\left[CA\left[\ldots\left[CA\right.\right.\right.}_{2k\ cifras}\left.\left.\left.(N_a)\right]\right]\right] = N_a$$

Ejemplo

- $CA\left[\underbrace{CA(37)}_{63}\right] = 37$
- $CA\left[\underbrace{CA(213_6)}_{343_6}\right] = 213_6$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

MULTIPLICACIÓN

Dados dos números naturales A y B, el producto de A y B se denota $A \times B$ al número natural P, de modo que:

$$\underbrace{\underset{\text{(multiplicando)}}{A} \times \underset{\text{(multiplicador)}}{B}}_{\text{(factores)}} = \underset{\text{(producto)}}{P}$$

Ejemplo

- $$\begin{array}{r} 354 \times \\ 46 \\ \hline 2124 + \\ 1416 \\ \hline 16284 \end{array}$$

Productos parciales

- $$\begin{array}{r} \overline{a\,b\,c} \times \\ \overline{mn} \\ \hline \overline{abc} \times n + \\ \overline{abc} \times m \\ \hline \text{Producto} \end{array}$$

Suma de productos parciales (SPP)

De la multiplicación anterior tenemos:

$$\textbf{(SPP):}\ \underbrace{2124}_{354\,(6)} + \underbrace{1416}_{354\,(4)} = \underbrace{3540}_{354\,(6+4)}$$

Multiplicando

(SPP): (Multiplicando)(Suma de cifras del multiplicador)

Observación

- El orden de los factores altera la suma de productos parciales.
- $(par)(entero) = (par)$

  $(impar)(impar) = (impar)$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

DETERMINACIÓN A PRIORI DE LA CANTIDAD DE CIFRAS DE UN PRODUCTO Y UN COCIENTE

Con respecto al producto de dos números

$A = \overline{abcdef} \Rightarrow 10^5 \leq A < 10^6$

$B = \overline{mnp} \Rightarrow 10^2 \leq B < 10^3$

Multiplicando A y B tenemos lo siguiente:

$$\begin{array}{l} 10^5 \leq A < 10^6 \quad \times \\ 10^2 \leq B < 10^3 \\ \hline 10^7 \leq A \times B < 10^9 \end{array}$$

La máxima cantidad de cifras que puede tener el producto es 9.

$(7+1)$ Es la mínima cantidad de cifras que puede tener el producto.

Con respecto a la división de dos números

$M = \overline{abcde} \Rightarrow 10^4 \leq M < 10^5$

$N = \overline{mn} \Rightarrow 10^1 \leq N < 10^2$

dividiendo M entre N tenemos lo siguiente:

$10^1 \leq N < 10^2 \Rightarrow \dfrac{1}{10^1} \geq \dfrac{1}{N} > \dfrac{1}{10^2}$ Luego:

$$\begin{array}{l} \dfrac{1}{10^2} < \dfrac{1}{N} \leq \dfrac{1}{10} \quad \times \\ 10^4 \leq M < 10^5 \\ \hline 10^2 < \dfrac{M}{N} < 10^4 \end{array}$$

La máxima cantidad de cifras que puede tener el producto es 4.

$(2+1)$ Es la mínima cantidad de cifras que puede tener el producto.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

DIVISIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Dividir consiste en determinar cuantas veces una cantidad llamada dividendo (D) contiene a otra cantidad llamada divisor(d).

Ejemplo

Dividir 257 entre 12.

Dividendo (D) → 257
Divisor (d) → 12

2 5 7	1 2
2 4	2 1
1 7	
1 2	
5	

Cociente (q) → 21
Residuo (r) → 5

Los **términos de la división** son, como se puede ver, **el dividendo, el divisor, el cociente y el residuo**.

En General

Una división presenta la siguiente forma:

D	d
r	q

Donde:

- D: dividendo
- d: divisor
- q: cociente
- r: residuo

Además en toda división se cumple:

$$D = d \times q + r$$

Algoritmo de la división

CÉSAR VALLEJO
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

CLASES DE DIVISIÓN

Dependiendo del valor del residuo, tendremos dos clases de división:

1. División exacta

Cuando el residuo de la división es cero.

Ejemplos

- $\begin{array}{r|l} 32 & 8 \\ \hline \underline{32} & 4 \\ \mathbf{0} & \end{array}$

  ⇨ $32 = 8 \times 4$

- $\begin{array}{r|l} 437 & 19 \\ \hline \underline{38} & 23 \\ 57 & \\ \underline{57} & \\ \mathbf{0} & \end{array}$

  ⇨ $437 = 19 \times 23$

En General

$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline 0 & q \end{array}$ ⇨ $D = d \times q$

2. División inexacta

Cuando el residuo de la división es diferente de cero. Esta división **se puede realizar de dos maneras**.

A una de esas maneras se le llamara división inexacta por **defecto** y a la otra por **exceso**.

Ejemplo Dividir 22 entre 8 por defecto y por exceso.

Por defecto

$\begin{array}{r|l} 22 & 8 \\ \hline \underline{16} & 2 \\ 6 & \end{array}$

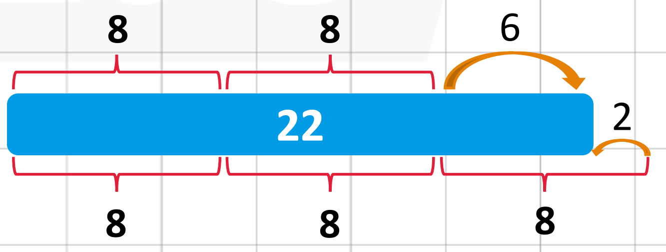
⇨ $22 = 8 \times 2 + 6$

Por exceso

$\begin{array}{r|l} 22 & 8 \\ \hline \underline{24} & 3 \\ 2 & \end{array}$

⇨ $22 = 8 \times 3 - 2$

Interpretación grafica



⇦ Defecto

⇦ Exceso

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Ejemplo

Dividir 70 entre 9 por defecto y por exceso.

Por defecto

$$\begin{array}{r|l} 70 & 9 \\ \hline 7 & 7 \end{array}$$

7 ← cociente por defecto (q_d)

7 ↑ residuo por defecto (r_d)

Por exceso

$$\begin{array}{r|l} 70 & 9 \\ \hline 2 & 8 \end{array}$$

8 ← cociente por exceso (q_e)

2 ↑ residuo por exceso (r_e)

En General

Por defecto

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r_d & q_d \end{array}$$

Por exceso

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r_e & q_e \end{array}$$

Nota

Si en una división inexacta no se especifica de que tipo es, se asumirá que es una división inexacta por defecto.

PROPIEDADES DE UNA DIVISIÓN INEXACTA

Si realizamos una división inexacta por defecto y por exceso se cumplirá:

1. El cociente por exceso es una unidad mas que el cociente por defecto.

$$q_e = q_d + 1$$

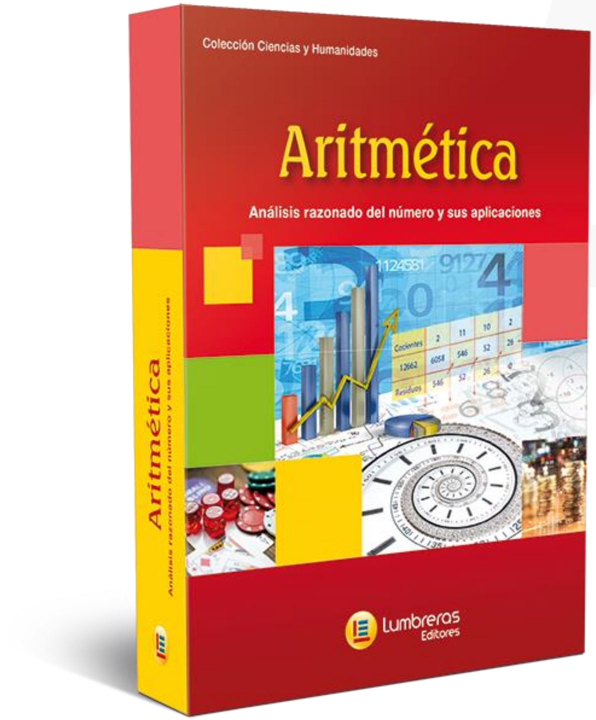
2. La suma del residuos por defecto y por exceso es igual al divisor.

$$r_d + r_e = d$$

3. $$0 < \text{residuo} < d$$

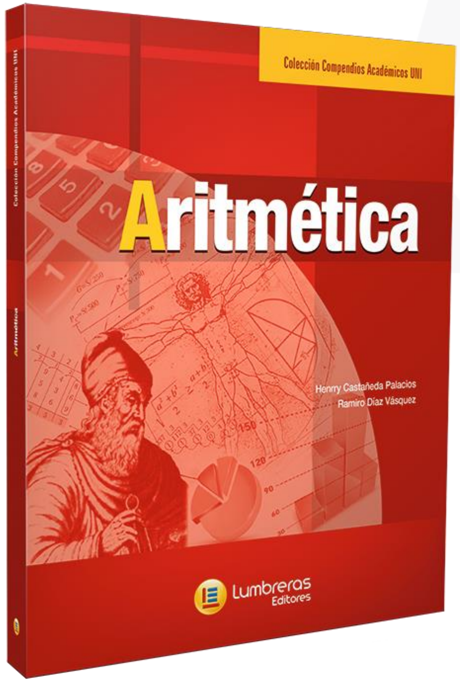
4. $$r_{\text{mínimo}} = 1 \qquad r_{\text{máximo}} = d - 1$$

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe